

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ ΣΤΗΝ ΥΛΗ ΤΟΥ Β' ΤΕΤΡΑΜΗΝΟΥ

Α ΛΥΚΕΙΟΥ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΕΝΟΤΗΤΑ 4(Α ΤΕΤΡΑΜΗΝΟ): ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ

1. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{\beta} = \begin{pmatrix} -5 \\ -2 \end{pmatrix}$ και $\vec{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$. Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες των πιο κάτω διανυσμάτων:

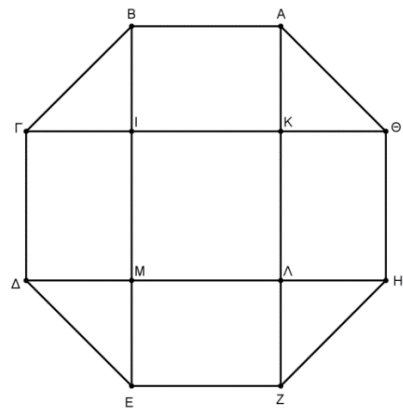
- i. $\vec{\alpha} + 2\vec{\gamma} =$
- ii. $3\vec{\alpha} + 2\vec{\beta} - \vec{\gamma} =$
- iii. $\vec{\beta} - \vec{\gamma} =$

2. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} x \\ -2 \end{pmatrix}$ και $\vec{\beta} = \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \end{pmatrix}$. Αν τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ είναι παράλληλα, να υπολογίσετε την τιμή του x .

3. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$ και $\vec{\beta} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$. Να υπολογίσετε το μέτρο του $-\vec{\gamma} = 3\vec{\alpha} - 2\vec{\beta}$

4. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\chi} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ και $\vec{\psi} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$. Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες του διανύσματος \vec{z} , αν ισχύει η σχέση $2\vec{\chi} - 5\vec{\psi} - 9\vec{z} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}$.

5. Στο σχήμα δίνεται το οκτάγωνο ΑΒΓΔΕΖΗΘ με όλες τις πλευρές ίσες και τις απέναντι πλευρές του παράλληλες. Αν ΑΒ//ΓΘ//ΔΗ και ΓΔ//ΒΕ//ΑΖ, να βρείτε το διάνυσμα



- i. $\vec{ΑΛ} + \vec{ΛΜ} =$
- ii. $\vec{ΓΙ} + \vec{ΓΔ} =$
- iii. $\vec{ΔΛ} + \vec{ΛΚ} + \vec{ΚΙ} =$
- iv. $\vec{ΙΜ} - \vec{ΛΜ} =$
- v. $\vec{ΒΑ} + \vec{ΓΒ} - \vec{ΘΑ} =$

6. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{a} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}$ και $\vec{\beta} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$. Να βρείτε μοναδιαίο διάνυσμα παράλληλο προς το:

- α) διάνυσμα \vec{a} β) διάνυσμα $2\vec{a} + 5\vec{\beta}$

7. (α) Μοναδιαίο διάνυσμα είναι

(β) Να εξετάσετε κατά πόσο τα διανύσματα $\vec{\alpha} = \frac{4}{5}\vec{i} + \frac{3}{5}\vec{j}$ και $\vec{\beta} = 5\vec{i} + 12\vec{j}$ είναι μοναδιαία.

(γ) Να βρείτε το μοναδιαίο διάνυσμα που να είναι ομόρροπο του διανύσματος $\begin{pmatrix} 5 \\ 12 \end{pmatrix}$.

ΕΝΟΤΗΤΑ 5: ΟΡΙΖΟΥΣΕΣ-ΕΥΘΕΙΑ

1. Να υπολογίσετε τις ορίζουσες:

$$\begin{vmatrix} -10 & 16 \\ -5 & 9 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} \sqrt{2} & 2 \\ 2 & \sqrt{2} \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 7 & 2 & 1 \\ 2 & 100 & 3 \\ 0 & 2 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$$

2. Να λύσετε την εξίσωση: $\begin{vmatrix} \chi - 1 & \chi - 1 & 1 \\ \chi & 1 & \chi \\ 1 & \chi & \chi - 1 \end{vmatrix} = 0$

3. Δίνονται τα σημεία A(5, -2) , B(3, 4) και η ευθεία (ε): $4\chi - 3\psi + 15 = 0$. Να βρείτε:

(α) τις συντεταγμένες του μέσου M του ευθύγραμμου τμήματος AB

(β) το μήκος του AB

(γ) την εξίσωση της ευθείας (ε₁) που περνά από τα σημεία A και B

(δ) την εξίσωση της μεσοκάθετης του ευθύγραμμου τμήματος AB

(ε) την απόσταση του σημείου B από την ευθεία (ε)

(στ) την τιμή του α, ώστε τα σημεία A, B και Δ(α,0) να είναι συνευθειακά.

4. Να βρείτε την εξίσωση ευθείας που περνά από το σημείο A(-1,2) και:

(α) είναι παράλληλη με την ευθεία $2\chi - \psi + 5 = 0$

(β) είναι κάθετη στην ευθεία $3\chi + \psi - 1 = 0$.

5. (α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο A(-1,2) και είναι παράλληλη με την ευθεία $\psi = 2\chi - 6$.

(β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο B(1,4) και σχηματίζει γωνία 135° με τον άξονα των τετμημένων.

6. Δίνεται τρίγωνο ABΓ με κορυφές A(5 , 2) , B(1 , 8) και Γ(-5 , 4). Να βρείτε:

α) Το μήκος της πλευράς AB

β) Τη γωνία Γ

γ) Το εμβαδό του τριγώνου ABΓ

δ) Την απόσταση του σημείου A από την ευθεία BΓ

7. Να βρείτε τις τιμές του $\mu \in \mathbb{R}$, για τις οποίες οι ευθείες (ε₁): $(2\mu + 1)\chi - 3\mu\psi - 2 = 0$ και (ε₂): $3\mu\chi + (\mu + 2)\psi + 1 = 0$ είναι κάθετες.

8. Σε παραλληλόγραμμο ABΓΔ δίνονται οι εξισώσεις των πλευρών του:

AB: $\chi - \psi + 3 = 0$ και BΓ: $2\chi - \psi + 3 = 0$. Αν E(-1,3) είναι το σημείο τομής των διαγωνίων του, να βρείτε:

α)Τις συντεταγμένες των κορυφών του B και Δ.

β) Την εξίσωση της διαγωνίου του AΓ

9. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας η οποία:

α) διέρχεται από τα σημεία A(2, 3) και B(3, - 5)

β) περνά από το σημείο Γ(- 4, - 1) και είναι παράλληλη με τον άξονα ψ'

γ) περνά από το σημείο Δ(- 5, 7) και είναι κάθετη στην ευθεία $3\chi - 4\psi + 20 = 0$

10. α) Να δείξετε ότι η εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο τομής των ευθειών $(\epsilon_1): 2\chi - 3\psi = -6$ και $(\epsilon_2): 2\chi + 3\psi = 18$ και το μέσο του ευθύγραμμου τμήματος AB, όπου $A(5, -8)$ και $B(7, 4)$ είναι η $(\epsilon_3): 2\chi + \psi = 10$.
 β) Αν επιπλέον δίνεται ότι $\Gamma(8, 0)$, να υπολογίσετε τη γωνία Γ του τριγώνου ABΓ κατά προσέγγιση μοίρας.
11. Τραπέζιο ABΓΔ (AB//ΓΔ) έχει κορυφή $\Gamma(4, -1)$, εξίσωση της πλευράς $A\Delta: \chi + 2\psi + 16 = 0$ και σημείο $M(-2, -1)$, όπου M μέσο της AB. Η πλευρά ΓΔ σχηματίζει γωνία 45° με τον άξονα χ'χ.
 α) Να δείξετε ότι η εξίσωση της ΓΔ είναι η $\chi - \psi = 5$
 β) Να βρείτε τις συντεταγμένες των κορυφών Δ και Α
 γ) Να υπολογίσετε την απόσταση των παράλληλων ευθειών AB και ΓΔ
 δ) Να δείξετε ότι το τραπέζιο είναι ισοσκελές
 ε) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ΔΜΓ.
12. Τρίγωνο ABΓ έχει κορυφές $B(1, -1)$, $\Gamma(3, 4)$ και οι εξισώσεις των πλευρών AB, AΓ είναι $3\chi - 5\psi - 8 = 0$, $2\chi + 3\psi = 18$ αντίστοιχα. Να βρείτε: (α) Την εξίσωση της ευθείας (ε), που περνά από το Α και είναι παράλληλη με την ΒΓ. (β) Την απόσταση του σημείου Β από την (ε). (γ) Το μήκος της διαμέσου ΑΜ. (δ) Την εξίσωση του ύψους ΓΖ. (ε) Το εμβαδό του τριγώνου ABΓ.
13. Σε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων δίνεται τρίγωνο ABΓ, με συντεταγμένες $A(-1, 4)$, $B(2,3)$ και $\Gamma(-2,5)$. Να υπολογίσετε την εφαπτομένη της οξείας γωνίας που σχηματίζεται μεταξύ της διαμέσου ΑΜ και του ύψους ΑΔ του τριγώνου.
14. Δίνεται το τετράπλευρο ABΓΔ με κορυφές $A(2, 1)$, $B(3,2)$, $\Gamma(10, 3)$ και $\Delta(5, -2)$.
 (α) Να δείξετε ότι το τετράπλευρο είναι ορθογώνιο τραπέζιο.
 (β) Αν ω είναι η οξεία γωνία που σχηματίζουν οι πλευρές ΒΓ και ΓΔ, να βρείτε την εφω .

ΕΝΟΤΗΤΑ 6. ΘΕΩΡΗΜΑ ΘΑΛΗ – ΟΜΟΙΟΤΗΤΑ

1. Σε ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ με $\hat{A} = 90^\circ$ και $AB > A\Gamma$, να φέρετε το ύψος ΑΔ.
 α) Να αποδείξετε ότι:
 i) $(A\Delta)^2 = (B\Delta)(A\Gamma)$
 ii) $(AB)^2 = (B\Gamma)(B\Delta)$
 β) Να υπολογίσετε τα μήκη των ευθύγραμμων τμημάτων ΔΓ και AB, αν $B\Gamma = 25\text{cm}$ και $A\Delta = 12\text{cm}$.
2. Από σημείο Σ εκτός κύκλου (Κ, R) φέρουμε εφαπτόμενη ΣΑ (Α σημείο επαφής) και τέμνουσα ΣΒΚΓ, που διέρχεται από το κέντρο του κύκλου.
 α) Να δείξετε ότι: i) Τα τρίγωνα ΣΑΒ και ΣΑΓ είναι όμοια.
 ii) $(\Sigma A)^2 = (\Sigma B) \cdot (\Sigma \Gamma)$
 β) Αν $R = 9\text{cm}$ και $(\Sigma B) = 6\text{cm}$, χρησιμοποιώντας την πιο πάνω σχέση, να υπολογίσετε το μήκος του εφαπτόμενου τμήματος ΣΑ.

3. Δίνεται τρίγωνο $\hat{A}B\hat{\Gamma}$ με $AB > A\hat{\Gamma}$. Να φέρετε τη διχοτόμο $A\Delta$ της γωνίας A . Αν E είναι σημείο της $A\Delta$ τέτοιο ώστε $\hat{\Gamma}\Delta = \hat{\Gamma}E$, να αποδείξετε ότι:

α) $\hat{A}B\hat{\Delta} \approx \hat{A}\hat{\Gamma}E$

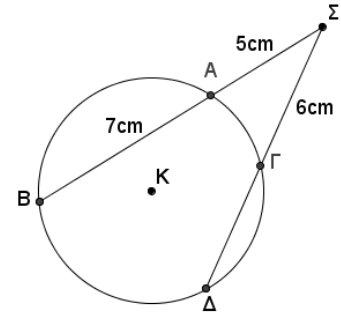
β) $(B\hat{\Delta})(A\hat{\Gamma}) = (AB)(\hat{\Gamma}E)$

4. Δίνεται κύκλος $(K, 10\text{cm})$. Αν η διάμετρος του AB τέμνεται από χορδή του $\hat{\Gamma}\Delta$ στο σημείο E έτσι ώστε $(\hat{\Gamma}E) = 6(\Delta E)$ και $AE = 8\text{cm}$:

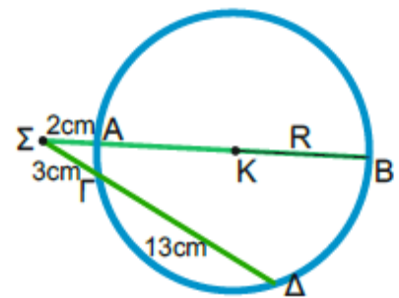
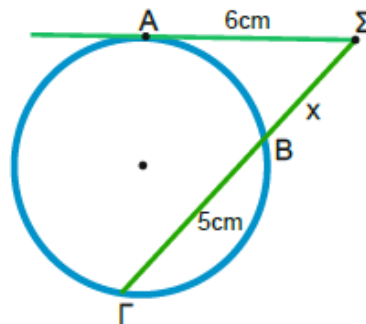
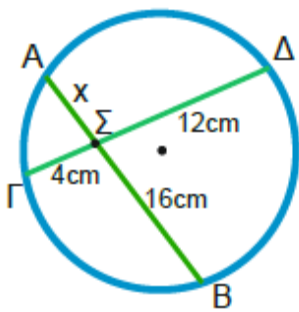
α) να αποδείξετε ότι: $(AE)(EB) = (\hat{\Gamma}E)(E\Delta)$,

β) να υπολογίσετε το μήκος της $\hat{\Gamma}E$.

5. Να υπολογίσετε το μήκος της χορδής $\hat{\Gamma}\Delta$ όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



6. Να υπολογίσετε το χ :



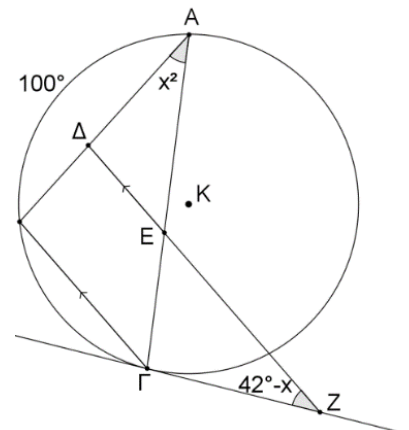
7. Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο $AB\hat{\Gamma}$ είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο (K, R) . Η ευθεία (ϵ) εφάπτεται του κύκλου στο σημείο $\hat{\Gamma}$, $AB = 100^\circ$,

$\hat{B}\hat{A}\hat{\Gamma} = x^2$ και $\hat{\Delta}\hat{\Gamma} = 42^\circ - x$, με $x > 0$. Αν $\Delta Z \parallel B\hat{\Gamma}$ τότε:

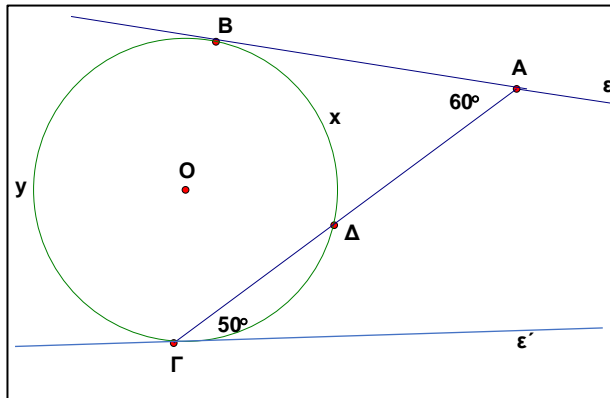
α) να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\hat{\Gamma}$ και $E\hat{\Gamma}Z$ είναι όμοια

β) να αποδείξετε ότι $(B\hat{\Gamma})(\hat{\Gamma}Z) = (\hat{\Gamma}E) \cdot (BA)$

γ) να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $A\hat{\Delta}E$.



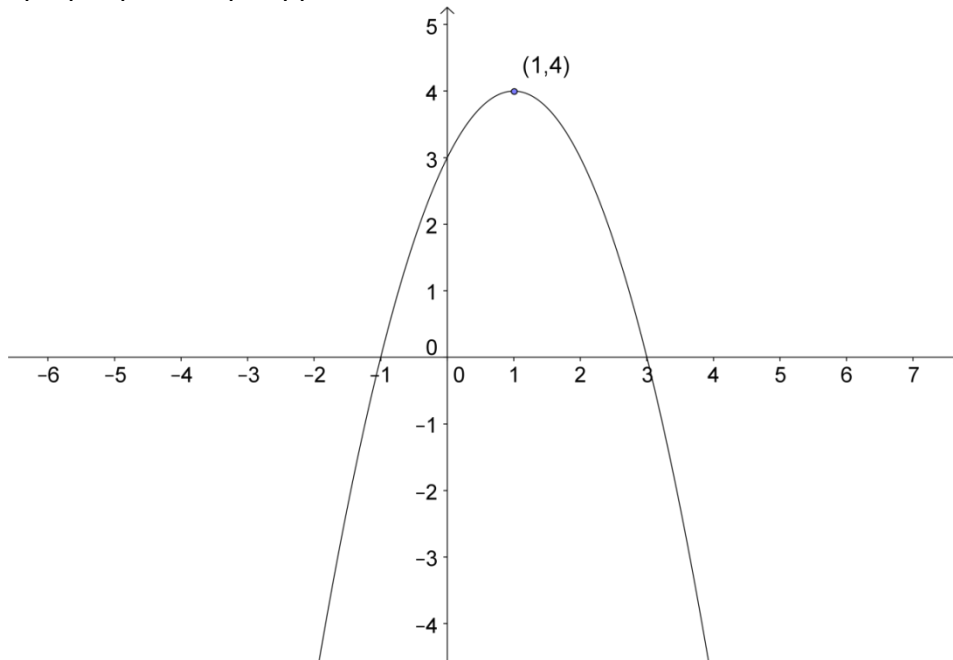
8. Στο πιο κάτω σχήμα οι ευθείες (ε) και (ε') είναι εφαπτόμενες του κύκλου στα σημεία B και Γ αντίστοιχα (Η χορδή BΓ **δεν διέρχεται** από το κέντρο του κύκλου).
- α) Να υπολογίσετε τα μέτρα των τόξων $B\Delta = x$ και $B\Gamma = y$.
- β) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Delta$ και $AB\Gamma$ είναι όμοια και στη συνέχεια να αποδείξετε ότι:
 $(AB)^2 = (A\Delta)(A\Gamma)$



9. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ εγγεγραμμένο σε κύκλο (K, R) τέτοιο ώστε η $B\Gamma$ να είναι διάμετρος του κύκλου. Από το A φέρουμε κάθετη στην πλευρά $B\Gamma$ του τριγώνου η οποία τέμνει την $B\Gamma$ στο σημείο Δ και τον κύκλο στο σημείο E . Να δείξετε ότι:
- α) τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $AB\Delta$ είναι όμοια.
 β) $(B\Gamma)(A\Delta) = (AB)(A\Gamma)$
 γ) $A\Delta = \Delta E$
 δ) $R = \frac{(AB)(A\Gamma)}{AE}$
10. Από σημείο Σ που βρίσκεται έξω από κύκλο (O, R) φέρουμε εφαπτόμενο τμήμα $\Sigma\Gamma$ (Γ σημείο επαφής) και τέμνουσα ΣAB που περνά από το κέντρο του κύκλου. Η κάθετη στην ΣB στο σημείο Σ τέμνει την προέκταση της $B\Gamma$ στο Δ . Να δείξετε ότι:
- α) $(AB) \cdot (B\Sigma) = (B\Delta) \cdot (B\Gamma)$
 β) $(\Sigma\Gamma)^2 = (B\Sigma) \cdot (A\Sigma)$

ΕΝΟΤΗΤΑ 7: ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$ - ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ - ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ

1. Δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$. Από τη γραφική παράσταση να βρείτε:



- α) Το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών
 - β) Το πρόσημο του a
 - γ) Την τιμή του γ
 - δ) Την εξίσωση του άξονα συμμετρίας
 - ε) Την κορυφή της παραβολής
 - στ) Τη μέγιστη τιμή της συνάρτησης
 - ζ) Τις ρίζες της εξίσωσης $f(x) = 0$
 - η) Τις τιμές των a και β .
2. Δίνονται οι συναρτήσεις: (i) $f(x) = x^2 - 2x - 4$ και (ii) $g(x) = -x^2 + 2x - 3$
- α) Με τη μέθοδο της συμπλήρωσης τέλειου τετραγώνου να τις γράψετε στη μορφή $y = a(x + \kappa)^2 + \lambda$.
 - β) Να βρείτε τα σημεία τομής με τους άξονες, τις συντεταγμένες του μέγιστου ή ελάχιστου σημείου, τον άξονα συμμετρίας και να τις παραστήσετε γραφικά.
3. Να βρείτε την τιμή της παραμέτρου $\mu \in \mathbb{R}$ ώστε η συνάρτηση $y = x^2 + 2(\mu + 1)x + \mu^2 - 2$
- α) Να έχει άξονα συμμετρίας την ευθεία $x = -2$
 - β) Να τέμνει τον άξονα των y στο $(0, 2)$.
4. Για ποιες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ η συνάρτηση $f(x) = x^2 + (2\lambda - 1)x + \lambda^2 + 1$ δεν έχει κανένα κοινό σημείο με τον άξονα των τετμημένων.

5. Δίνεται η παραβολή $y = x^2 + (κ - 4)x - κ + 4$. Να προσδιοριστούν οι τιμές του $κ \in \mathbb{R}$

για τις οποίες η παραβολή:

(α) εφάπτεται του άξονα των x

(β) έχει άξονα συμμετρίας τον y

6. Να απλοποιήσετε τα πιο κάτω κλάσματα:

$$(α) \frac{2x^2 + 7x + 3}{3x^2 + 7x - 6}$$

$$(β) \frac{x^2 - 16}{2x^2 - 9x + 4}$$

$$(γ) \frac{3x^2 - 17x - 28}{3x^2 - 21x}$$

7. Να σχηματίσετε εξίσωση 2^{ου} βαθμού με ρίζες:

$$(α) -\frac{1}{2}, 3$$

$$(β) 5\sqrt{3} + 1, 5\sqrt{3} - 1$$

8. Δίνεται η εξίσωση $2x^2 - 4x - 1 = 0$ με ρίζες x_1, x_2 . Να υπολογίσετε τις τιμές των

$$\text{α) } \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$$

$$\text{β) } \frac{x_2}{x_1} + \frac{x_1}{x_2}$$

$$\text{γ) } \frac{x_1 + 2}{x_2} \cdot \frac{x_2 + 2}{x_1}$$

9. Να λύσετε τα συστήματα:

$$(α) \begin{cases} x + y = -1 \\ 4xy = -3 \end{cases}$$

$$(β) \begin{cases} x^2 + y^2 = 2 \\ xy = -1 \end{cases}$$

$$(γ) \begin{cases} 2y - x^2 = 0 \\ x = y - 4 \end{cases}$$

10. α) Να δείξετε ότι η εξίσωση $2κx^2 - (κ^2 - 2)x - κ = 0, κ \neq 0$ έχει για κάθε τιμή του $κ \in \mathbb{R}$ ρίζες πραγματικές και άνισες.

β) Να βρείτε τις τιμές του $κ \in \mathbb{R}$ ώστε:

(i) οι ρίζες να είναι αντίθετες (ii) οι ρίζες να είναι ετερόσημες

11. Για ποιες τιμές του $λ \in \mathbb{R}$ η εξίσωση $x^2 + (2λ + 1)x + λ^2 - 3 = 0$

α) έχει ρίζες πραγματικές και ίσες

β) έχει ρίζες αντίστροφες

γ) έχει ρίζες αντίθετες

δ) έχει ρίζα τον αριθμό -1

ε) έχει γινόμενο ριζών ίσο με 6

στ) έχει ρίζες x_1 και x_2 που ικανοποιούν τη σχέση $3x_1x_2^2 + 3x_1^2x_2 < 0$;

12. Να λύσετε τις ανισώσεις:

$$(α) 2x^2 + 7x - 4 \leq 0$$

$$(β) (2x + 4)(x^2 - 2x - 15)(x^2 - 4) < 0$$

$$\text{γ) } \frac{(x-2)^2 \cdot (x+1)}{x^2 - x} > 0$$

$$(δ) \frac{4x}{3x - x^2} \geq \frac{1}{2}$$

13. Για ποιες τιμές του $κ \in \mathbb{R}$ η εξίσωση $2κx^2 - (κ - 1)x - κ - 1$ έχει ρίζες πραγματικές και ίσες;

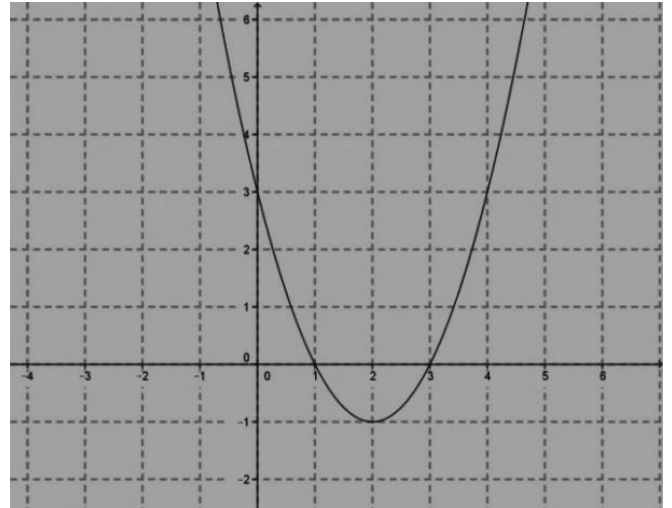
14. Για ποιες τιμές του $α \in \mathbb{R}$ το τριώνυμο $(α^2 - 1)x^2 - (2α^2 - 1)x - (α^2 - 1)$ διατηρεί σταθερό πρόσημο;

15. Να δείξετε ότι αν $-\chi^2 + (\kappa - 1)\chi - 9 < 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$ τότε $-5 < \kappa < 7$.

16. Να εξετάσετε το είδος των ριζών της εξίσωσης $\chi^2 - \kappa\chi + 2\kappa - 3 = 0$ για τις διάφορες τιμές του $\kappa \in \mathbb{R}$.

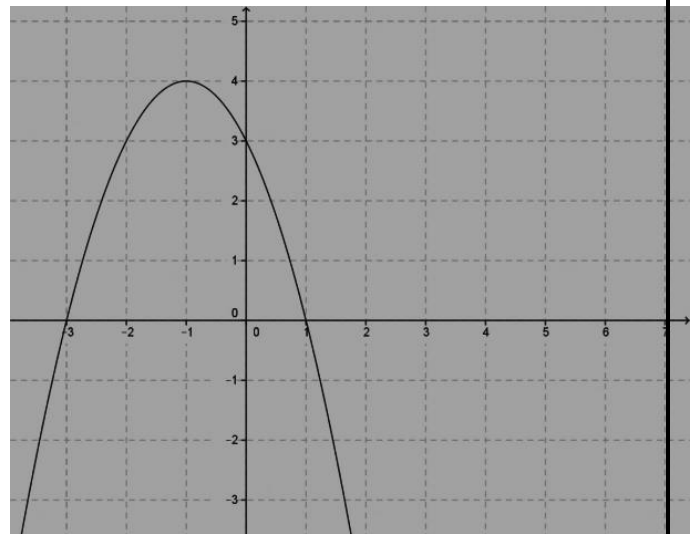
17. Δίνετε η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$. Να βρείτε :

- α) το πρόσημο του α
- β) το Π.Ο και το Σ.Τ της
- γ) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας
- δ) το είδος της κορυφής της και τις συντεταγμένες του
- ε) της ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$
- στ) το πρόσημο της διακρίνουσας
- ζ) τις τιμές του x για τις οποίες $ax^2 + bx + \gamma \leq 0$
- η) την τιμή του γ
- θ) την τιμή του α και
- ι) την τιμή του β.



18. Δίνετε η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$. Να βρείτε :

- α) το πρόσημο του α
- β) το Π.Ο και το Σ.Τ της
- γ) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας
- δ) το είδος της κορυφής της και τις συντεταγμένες του
- ε) της ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$
- στ) το πρόσημο της διακρίνουσας
- ζ) τις τιμές του x για τις οποίες $ax^2 + bx + \gamma \leq 0$
- η) τις τιμές των α, β και γ.



19. Δίνεται η εξίσωση $\chi^2 - \chi + \lambda - \lambda^2 = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

- (α) Να βρείτε τη διακρίνουσα Δ της εξίσωσης και να αποδείξετε ότι η εξίσωση έχει λύσεις πραγματικές για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.
- (β) Για ποια τιμή του λ η εξίσωση έχει δύο λύσεις ίσες;
- (γ) Να υπολογίσετε τις τιμές του λ , ώστε η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{\chi^2 - \chi + \lambda - \lambda^2}$ να έχει πεδίο ορισμού το \mathbb{R} .

ΕΝΟΤΗΤΑ 8:ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

1. Η βαθμολογία 16 μαθητών σε ένα διαγώνισμα ήταν:
8,15,13,20,9,13,17,19,20,9,10,11,15,13,14,18

Να υπολογίσετε:

- (α) Τα τρία βασικά μέτρα θέσης (μέση τιμή, διάμεσο, επικρατούσα τιμή)
- (β) Το εύρος, την τυπική απόκλιση και τον συντελεστή μεταβολής.

2. Η μέση επίδοση στο μάθημα των Μαθηματικών 17 αγοριών και 13 κοριτσιών μιας τάξης είναι 16,8. Η μέση επίδοση των κοριτσιών είναι 15,6. Να βρείτε τη μέση επίδοση των αγοριών.

3. Να βρείτε τη διάμεσο, τη μέση τιμή, την τυπική απόκλιση και τον συντελεστή μεταβολής των παρατηρήσεων: 3, 5, 12, 1, 6, 3, 12.

4. Ο πιο κάτω πίνακας δείχνει τις θερμοκρασίες 30 διαδοχικών ημερών του Απριλίου.

Θερμοκρασία (C°)	12	13	15	16	17	19	20
Αριθμός ημερών	2	7	4	5	3	6	3

Να υπολογίσετε τη μέση τιμή, την επικρατούσα τιμή, τη διάμεσο, το εύρος, τη διακύμανση και την τυπική απόκλιση.

5. Ο Ανδρέας σε πέντε διαφορετικά μαθήματα για το Α΄ τετράμηνο πήρε τους βαθμούς

20, 17 , 16 , 18 , 14. Να βρείτε:

- α) το γενικό βαθμό του Ανδρέα για τα πέντε αυτά μαθήματα .
- β) αν τα μαθήματα αυτά έχουν βαρύτητα ανάλογη με τις διδακτικές περιόδους του κάθε μαθήματος, που είναι 1 , 2 , 2 , 5 και 4 αντίστοιχα, να βρείτε το νέο γενικό βαθμο

6. Στον πιο κάτω πίνακα φαίνεται ο αριθμός των τερμάτων που πέτυχαν 16 βασικοί ποδοσφαιριστές μιας ομάδας.

Τέρματα	0	1	2	3	4	5
Αριθμός ποδοσφαιριστών	1	5	6	2	1	1

Να υπολογίσετε τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση του αριθμού των τερμάτων που πέτυχαν οι 16 βασικοί ποδοσφαιριστές της ομάδας.