



ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΕΝΟΤΗΤΑ 1: Αξιοσημείωτες Ταυτότητες

1) Να βρείτε τα αναπτύγματα:

$$(\alpha) (x + 3)(x - 3) =$$

$$(\beta) (y + 2)^2 =$$

$$(\gamma) (y - 1)^2 =$$

$$(\delta) (2x - 3)^2 =$$

$$(\epsilon) (x - 3)^3 =$$

$$(\zeta) \left(x + \frac{1}{2}\right)^3 =$$

$$(\eta) (y^2 + 4)(y^2 - 4)(y^4 + 16) =$$

$$(\theta) \left(x - \frac{10}{x}\right)^2 =$$

2) Να κάνετε τις πράξεις:

$$(\alpha) (\alpha + 1)^2 + 2(\alpha - 7)(\alpha + 7) =$$

$$(\beta) (x - 1)^3 - (x + 1)^3 + 2x(3x - 1) =$$

3) Αφού κάνετε τις πράξεις, να βρείτε την αριθμητική τιμή του αποτελέσματος για $y = -1$ της παράστασης: $(3y + 1)^2 - 2(2y - 1)(2y + 1) - (5 - y)^2$

4) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $(2\alpha + 3)^2 - 3(\alpha - 2)(\alpha + 2) = \alpha^2 + 12\alpha + 21$

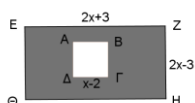
5) Αν $x - y = 7$ να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $(x + y)^2 - 4xy$

6) Αν $x + y = 3$ και $xy = 2$ να υπολογίσετε την παράσταση $x^2 + y^2$.

7) Αν $x - 3y = \alpha$ και $xy = \beta$ να δείξετε ότι $x^2 + 9y^2 = \alpha^2 + 6\beta$.

8) Να αποδείξετε την ισότητα $\left(\frac{x+y}{4}\right)^2 + \left(\frac{x-y}{4}\right)^2 = \frac{x^2+y^2}{8}$.

9) Αν ΑΒΓΔ είναι τετράγωνο πλευράς $(x - 2)$ cm και ΕΖΗΘ ορθογώνιο με διαστάσεις $(2x + 3)$ cm και $(2x - 3)$ cm, να δείξετε ότι το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής είναι $E(x) = 3x^2 + 4x - 13$.



ΕΝΟΤΗΤΑ 2: Παραγοντοποίηση - Ρητές αλγεβρικές παραστάσεις

10) Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο παραγόντων τα πολυώνυμα:

$$(α) 2α + 2β =$$

$$(β) ω^2 - 9 =$$

$$(γ) 3x + 3y + ax + ay =$$

$$(δ) 4x^2 + 4x + 1 =$$

$$(ε) xω + 3y + 3x + yω =$$

$$(στ) x^3 - 8 =$$

$$(ζ) ax^3 + ay^3 =$$

$$(η) x - 1 + ax - a =$$

$$(θ) x^2 - x - 6 =$$

$$(ι) 49x^2 + 14x + 1 =$$

$$(ια) 41^2 - 40^2 =$$

$$(ιβ) y^2 + 3y - 2y - 6 =$$

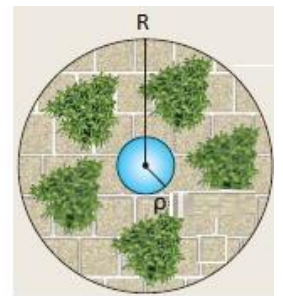
$$(ιγ) x^3 - 16x =$$

$$(ιδ) x^2 - y^2 + 2y - 1 =$$

$$(ιε) ax + a - x^2 - 4x - 3 =$$

$$(ιστ) (x - y)^3 - x + y =$$

11) Σε μια κυκλική πλατεία ακτίνας R κατασκευάστηκε ένα κυκλικό σιντριβάνι ακτίνας ρ , και ο υπόλοιπος χώρος καλύφτηκε με πλακόστρωτο όπως φαίνεται και στο σχήμα. Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν E του πλακόστρωτου ισούται με $E = \pi (R - \rho)(R + \rho)$.



12) Να βρείτε τις τιμές για τις οποίες ορίζεται το κλάσμα και να το απλοποιήσετε:

$$(α) \frac{5(\alpha+\beta)(\alpha-\beta)}{\alpha-\beta} =$$

$$(β) \frac{5\alpha+15}{\alpha^2+3\alpha} =$$

$$(γ) \frac{x^2-10x+25}{2x^2-10x} =$$

13) Να κάνετε τις πράξεις:

$$(α) \frac{3}{2x} + \frac{5}{2x} - \frac{1}{2x} =$$

$$(β) \frac{1}{\beta} - \frac{1}{\alpha} =$$

$$(γ) \frac{1}{y+1} - \frac{1}{y-1} =$$

$$(δ) \frac{1}{x-1} - \frac{2x}{x^2-1} =$$

$$(ε) \frac{\alpha^2-1}{\alpha} \cdot \frac{3\alpha+3}{4\alpha^2} =$$

$$(στ) \frac{10\alpha\beta}{\omega} \cdot \frac{\alpha\omega^2}{\alpha^4} \cdot \frac{\alpha^2}{5\omega} =$$

$$(ζ) \frac{x^2}{y^2} \div \left(\frac{x^3}{y}\right)^2 =$$

$$(η) \frac{x^2-4x+4}{x^2-9} \div \frac{x^2-4}{x^2-3x} =$$

$$(θ) \frac{\frac{3}{\alpha} \cdot \frac{3}{\beta}}{\frac{1}{\alpha^2} \cdot \frac{1}{\beta^2}} =$$

$$(ι) \left(\frac{3}{x^2-9} - \frac{2}{x^2-6x+9}\right) \div \frac{2x-30}{3x^2-27} =$$

14) Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις:

$$(α) (x - 4)(x - 3) = 0$$

$$(β) y^2 - 25 = 0$$

$$(γ) x^2 + 4x = 0$$

$$(δ) x^2 = 6x - 5$$

$$(ε) \frac{2}{x-1} - \frac{3}{x+1} = \frac{2x}{x-1}$$

$$(στ) \frac{x}{x+2} + \frac{x+1}{x^2-4} = \frac{x}{x-2}$$

$$(ζ) \alpha(\alpha - 1) = 20$$

$$(η) (x - 5)^2 = 16$$

$$(θ) 2x^2 - x - 3 = 0$$

$$(ι) 4y^2 + 20y = 0$$

$$(ια) x^2 + 8x - 9 = 0$$

$$(ιβ) 2x^2 - x - 6 = 0$$

15) Να λύσετε τα πιο κάτω προβλήματα με τη βοήθεια εξίσωσης:

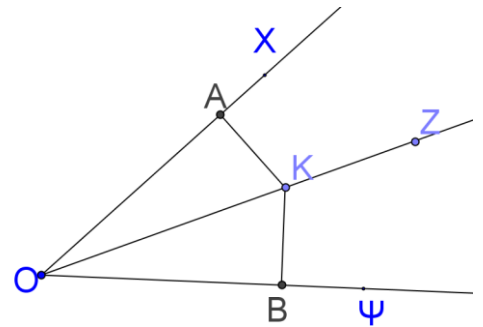
- (α) Ορθογώνιο παραλληλόγραμμο έχει διαστάσεις που διαφέρουν κατά 3 cm μεταξύ τους. Να βρείτε τις διαστάσεις του παραλληλογράμμου αν το εμβαδόν του είναι 10 cm.
- (β) Το άθροισμα των τετραγώνων δύο διαδοχικών άρτιων αριθμών είναι 20. Ποιοι είναι οι αριθμοί;

16) Να δείξετε ότι το πιο κάτω σύνθετο κλάσμα είναι ένας σταθερός αριθμός:

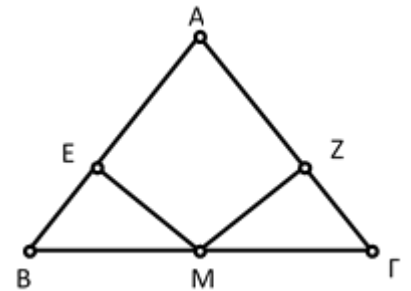
$$\frac{\frac{\alpha^2+4\alpha-21}{4\alpha^2-36}}{\frac{\alpha^2+8\alpha+7}{4\alpha^2+16\alpha+12}} =$$

ΕΝΟΤΗΤΑ 3: Γεωμετρία

17) Στο διπλανό σχήμα η ΟΖ είναι διχοτόμος της γωνίας ΧΟΨ. Αν ΚΑ και ΚΒ οι αποστάσεις από τις πλευρές ΟΧ και ΟΨ αντίστοιχα να δείξετε ότι ΚΑ και ΚΒ είναι ίσες.



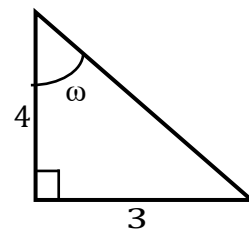
18) Δίνεται το ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ=ΑΓ. Το Μ είναι μέσο του της ΒΓ και ΜΕ, ΜΖ είναι οι αποστάσεις του Μ από τις πλευρές ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα. Να δείξετε ότι ΒΕ=ΓΖ.



- 19) Δίνεται τυχαίο τρίγωνο ΑΒΓ και ΑΔ ύψος του. Προεκτείνουμε την ΑΒ προς το μέρος του Β κατά τμήμα ΒΕ=ΑΒ. Από το Ε φέρνουμε την ΕΖ ⊥ ΒΓ. Να δείξετε ότι ΒΖ=ΒΔ.
- 20) Δίνεται τυχαίο τρίγωνο ΑΒΓ. Στις πλευρές ΑΒ και ΒΓ παίρνουμε δύο σημεία Δ και Ε αντίστοιχα ώστε ΒΔ=ΒΕ. Αν Ζ τυχόν σημείο της διχοτόμου ΒΗ να δείξετε ότι ΖΔ = ΖΕ.
- 21) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ). Δ είναι το μέσο της ΑΒ και Ε το μέσο της ΑΓ. Από τα Δ και Ε φέρνουμε κάθετες ΔΖ και ΕΗ πάνω στη ΒΓ. Να δείξετε ότι: α) ΔΖ = ΕΗ
β) Το τρίγωνο ΑΖΗ είναι ισοσκελές.
- 22) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ). Προεκτείνουμε την βάση ΒΓ προς το Β και προς το Γ κατά τμήματα ΒΔ=ΓΕ. Να δείξετε ότι τα σημεία Δ και Ε απέχουν ίσες αποστάσεις από τις πλευρές ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα.

ΕΝΟΤΗΤΑ 4: Τριγωνομετρία

23) Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας ω .



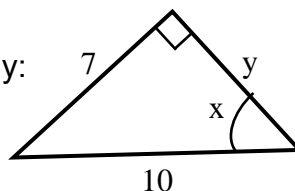
24) Να συμπληρώσετε τα πιο κάτω:

(α) $\eta\mu 75^\circ = \sigma\upsilon\nu \dots\dots\dots$

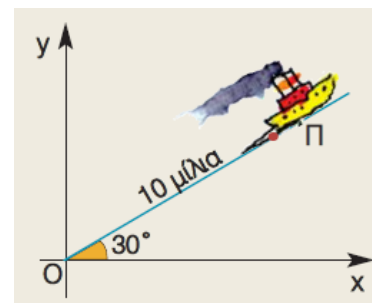
(β) $\sigma\upsilon\nu 25^\circ = \dots\dots\dots 65^\circ$

25) Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$), $\epsilon\phi B = \frac{3}{4}$. Να βρείτε τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας B .

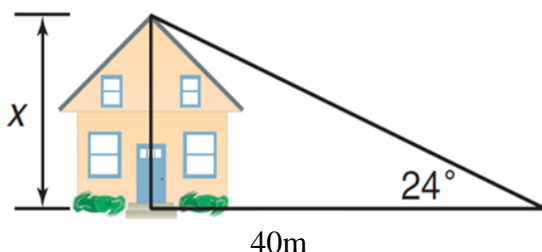
26) Στο διπλανό τρίγωνο να υπολογίσετε τα x και y :



27) Ένα πλοίο Π αναχώρησε από το λιμάνι O και κινήθηκε βορειοανατολικά προς μια κατεύθυνση που σχημάτιζε με τον άξονα των Ox γωνία 30° . Να βρείτε τις συντεταγμένες του πλοίου μετά από διαδρομή 10 μιλίων.



28) Να υπολογίσετε το ύψος του σπιτιού.



ΕΝΟΤΗΤΑ 5: Ευθεία- Γραμμικά Συστήματα

29) Να βρείτε την κλίση των πιο κάτω ευθειών:

(α) $y = 4x + 5$

(β) $y = -\frac{1}{4}x + 3$

(γ) $2x + 3y = 4$

(δ) $x = 6$

(ε) $y = -2$

(στ) $4x - 2y - 5 = 0$

30) Δίνονται τα σημεία $A(1, -2)$ και $B(4, 2)$.

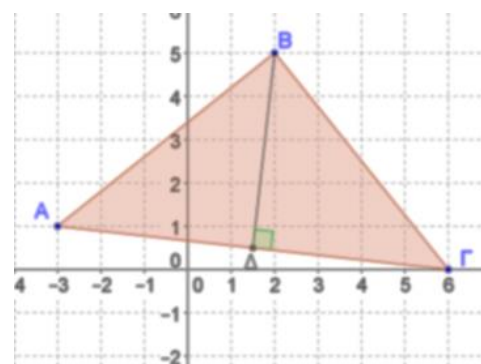
(α) Να βρείτε το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος AB .

(β) Να βρείτε τις συντεταγμένες του μέσου M του AB .

31) Στο διπλανό σχήμα, δίνεται το τρίγωνο $AB\Gamma$ και $B\Delta$ ύψος του τριγώνου.

(α) Να βρείτε το είδος του τριγώνου ως προς τις πλευρές του.

(β) Να υπολογίσετε την περίμετρο και το εμβαδό του τριγώνου.



32) Δίνονται τα σημεία $A(3,6)$ $B(7,2)$ $\Gamma(3,-2)$.

(α) Να δείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο ισοσκελές.

(β) Να βρείτε το μήκος της διαμέσου AM .

33) Να εξετάσετε αν οι ευθείες ε_1 και ε_2 είναι παράλληλες, ταυτίζονται ή τέμνονται:

(α) $\varepsilon_1: y = 2x + 1$

(β) $\varepsilon_1: y = 2x + 5$

(γ) $\varepsilon_1: 3x - y = 1$

$\varepsilon_2: y = -x + 2$

$\varepsilon_2: 2y = 12 + 4x$

$\varepsilon_2: 2y - 6x = -2$

34) Να βρείτε την τιμή του κ ώστε η ευθεία $\varepsilon_1: y = (2 - \kappa)x + 9$ να είναι παράλληλη με την ευθεία $\varepsilon_2: 10x - 2y = 3$.

35) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ε) που περνά από το σημείο $K(3, -2)$ και είναι παράλληλη με την ευθεία $\varepsilon_1: -2x - y = 9$.

ΚΑΛΟ ΔΙΑΒΑΣΜΑ